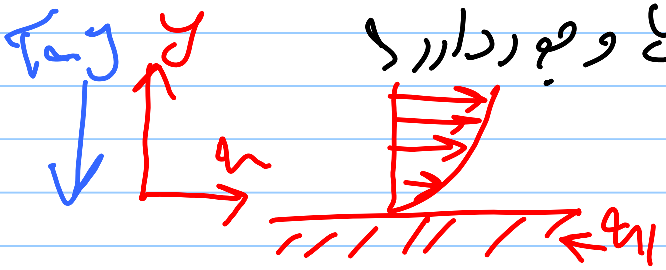
Note Title 3/9/2020

به نام خدا

جلسه دوم مجازی پدیده های انتقال

<u>مثال ۱</u>: نزدیک سطح یک ورق صاف، آب پروفیل سرعت $v_x = 3y - y^3$
دارد. که y برحسب mm و v_x برحسب mm/s و $0 \le y \le 1$ است. چگالی
و ویسکوزیته سینماتیکی آب، $10^3\ kg/m^3$ و $7\times10^{-7}\ m^2/s$ است. الف) تنش برشی
در صفحه xy چه مقدار است؟ ب) شار مومنتم در $y = 0.8\ mm$ چه مقدار است؟
ج) آیا شار مومنتم در جهت x در $y = 0.8\ mm$ وجود دارد؟

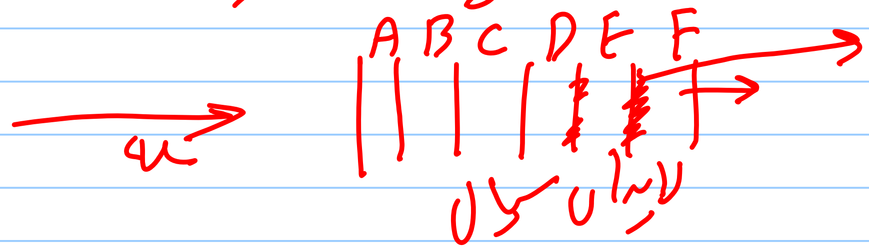


$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \Rightarrow \eta = \nu \cdot \rho = 7\times10^{-7} \times 10^{3}$$
$$= 7\times10^{-4}\ kg\,m^{-1}s^{-1}$$

$x_1 \Rightarrow y=0 \qquad \tau_{xy} = -\eta \frac{\partial v}{\partial y} = 7\times10^{-3}(3-2y^2)$

$x_1 \rightarrow y=0 \Rightarrow \tau_{xy} = -7\times10^{-3}\times 3 = -21\times10^{-3}\ \mathrm{N/m^2}$

$y = 0.8\ \mathrm{mm} \Rightarrow \tau_{xy} = -7\times10^{-3}(3-2(0.8)^2) = -7.56\times10^{-3}\ \mathrm{N/m^2}$



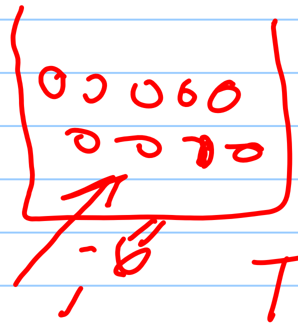
کشیدگی

پس در جهت u شارش مومنتوم نداریم.

مثال ۲: در فرآیند بستر سیال، دمای گازها از یک فرآیند به فرآیند دیگر تغییر می‌کند. بنابراین لازم است تأثیر دما بر خصوصیات گاز مثل ویسکوزیته آن در ابتدا مشخص شود. هوا را به عنوان گاز بستر در نظر بگیرید. ویسکوزیته آن را در دمای

M_{air} = ۲۸٫۹۷

۱۰۷۳K و ۳۱۳K می‌سنجید



ماده	σ Å	ε/k_B K
هوا	۳٫۷۱۱	۷۸٫۶

$$\eta = ۲٫۶۷ \times ۱۰^{-۵} \frac{\sqrt{MT}}{\sigma^۲ \Omega_\eta}$$

$$T = ۳۱۳K \Rightarrow \frac{k_B T}{\varepsilon} = \frac{۳۱۳}{۷۸٫۶} = ۳٫۹۸$$

۲	۱٫۱۷۵
۳٫۹۸	Ω
۴	۰٫۹۷

$$\frac{۰٫۹۷ - ۱٫۱۷۵}{۴ - ۲} = \frac{۰٫۹۷ - \Omega}{۴ - ۳٫۹۸} \Rightarrow \Omega_\eta = ۰٫۹۶۸$$

$$\eta_{۳۱۳} = ۲٫۶۷ \times ۱۰^{-۵} \frac{\sqrt{۲۸٫۹۷ \times ۳۱۳}}{(۳٫۷۱۱)^۲ \times ۰٫۹۶۸} \Rightarrow \eta_{۳۱۳} = ۱٫۹ \times ۱۰^{-۵} P$$

$$T = ۱۰۷۳K \Rightarrow \frac{k_B T}{\varepsilon} = \frac{۱۰۷۳}{۷۸٫۶} = ۱۳٫۶۵ \Rightarrow \Omega = ۰٫۷۹$$

$$\eta_{1073} = 2.47 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{28.17 \times 1073}}{(3.711)^2 \times 0.79} \Rightarrow \eta_{1073} = 4.3 \times 10^{-4}\ P$$

ویسکوزیته مایعات

رابطه تجربی

$$\eta = A \exp\left(\frac{\Delta G^{*}_{vis}}{RT}\right)$$

A ← ثابت

ΔG^{*}_{vis} ← انرژی فعال‌سازی ویسکوزیته

$$A = \frac{N_0 h}{\hat{V}}$$

N_0 = عدد آووگادرو = 6.023×10^{23}

h = ثابت پلانک = 6.626×10^{-34} ژول.s

$\hat{V}$ = حجم مولی

مایعات مولکولی

ویسکوزیته فلزات مایع:

روابط Chapman

* فقط برای فلزات خالص (برای محلول‌ها جواب نمی‌دهد) (بیرون بعید)

k_B = ثابت بولتزمن

n = تعداد اتم در واحد حجم

δ : فاصله بین اتمی در شبکه بر حسب $\mathring{A}$

N_0 : عدد آووگادرو

M = وزن اتمی

R = ثابت گاز

ε پارامتر انرژی

$$\eta^*(V^*)^2 = f(T^*)$$

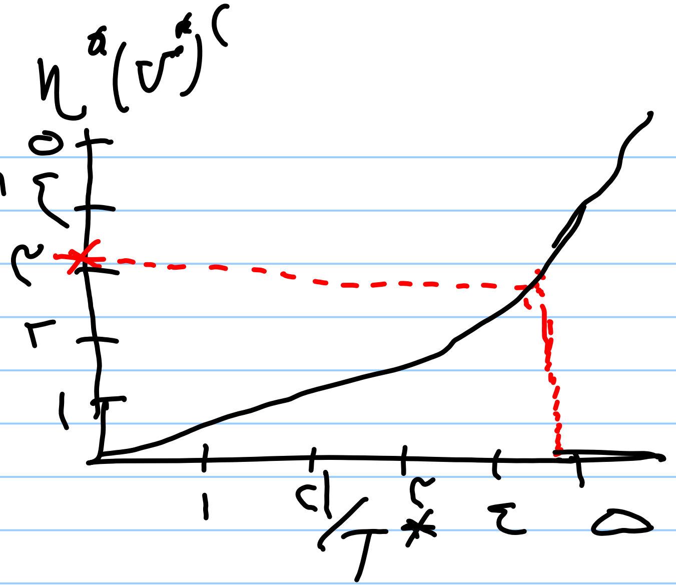
$$T^* = \frac{k_B T}{\varepsilon}$$

$$V^* = \frac{1}{n\delta^3}$$

$$\eta^* = \frac{\eta\,\delta^2 N_0}{\sqrt{MRT}}$$

عناصر	δ Å	$\frac{\varepsilon}{k_B}$ K
Na	۳/۸۴	۱۹۷۰
K	۴/۷۶	۱۷۶۰
Cd	۳/۰۴	۳۳۰۰
Ti	۳/۸۹	-

$$\frac{\varepsilon}{k_B} = ۵/۲۳\, T_m$$



مثال ۳: ویسکوزیته تیتانیوم مذاب در $۱۸۴۷\ ^\circ C$ را حساب کنید.

$\rho = ۴/۱۵ \times ۱۰^۳\ kg/m^۳$ $\quad M = ۴۷/۹\ g/mol$ $\quad T_{m_{Ti}} = ۱۶۷۰\ ^\circ C$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$\delta_{Ti} = ۲/۸۹\,\AA$ $\qquad \frac{\varepsilon}{K_B} = ۵/۲\, T_m = ۵/۲ \times (۱۶۷۰ + ۲۷۳) = ۱۰۱۰۰\, K$

$T^* = \frac{K_B T}{\varepsilon} = \frac{(۱۸۴۷ + ۲۷۳)}{۱۰۱۰۰} = ۰/۲۱$

$1/T^* = ۴/۷۶۲$ $\xrightarrow{\text{از نمودار}}$ $\eta^* (\nu^*)^۲ = ۳/۱$

$\nu^* = \frac{1}{n \sigma^3}$

n = تعداد اتم در واحد حجم

$\frac{Na}{n}$

۱ مول اتم ۴۷/۹ gr

۴/۵۹ gr

$n = \frac{Na \times ۴/۵}{۴۷/۹}$

$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v = ۴/۵\, g/cm^3 \times 1\, cm^3 = ۴/۵\, gr$

$1\, cm^3 \leftarrow$ حجم را در نظر

$$n = \frac{۶٫۰۲۳ \times ۱۰^{۲۳} \times ۴٫۱۵}{۴۷٫۹} \quad \frac{\text{تعداد اتم}}{cm^{۳}}$$

$$v^{*} = \frac{۱}{\frac{۶٫۰۲۳ \times ۱۰^{۲۳} \times ۴٫۱۵}{۴۷٫۹ \; cm^{۳}} \times (۲٫۸۹ \times ۱۰^{-۸} cm)^{۳}} = ۰٫۷۳۳$$

$$\eta^{*} (v^{*})^{۲} = ۳٫۱ \Rightarrow \eta^{*} = \frac{۳٫۱}{(۰٫۷۳۳)^{۲}} \Rightarrow \eta^{*} = ۵٫۷۷$$

$$\eta^{*} = \frac{\eta \delta^{۲} N_{۰}}{\sqrt{MRT}} \Rightarrow \eta = \frac{\eta^{*} \sqrt{MRT}}{\delta^{۲} N_{۰}}$$

$$\eta = \text{۵٫۷۷}\,\frac{\sqrt{\text{۴۷٫۹}\ \mathrm{g/mol} \times \text{۸٫۳۱۴}\ \mathrm{J/(mol\,K)} \times \text{۲۱۲٫۰}\ \mathrm{K}}}{(\text{۱٫۲۸۹} \times \text{۱۰}^{-\text{۹}})^{\text{۲}}\ \mathrm{m}^{\text{۲}} \times \text{۶٫۰۲۲} \times \text{۱۰}^{\text{۲۳}}\ \mathrm{mol}^{-\text{۱}}}$$

$$(MRT)^{\text{۱}/\text{۲}} = \left(\text{۴۷٫۹}\ \mathrm{g/mol} \times \text{۸٫۳۱۴}\ \mathrm{J/(mol\,K)} \times \text{۲۱۲٫۰}\ \mathrm{K}\right)^{\text{۱}/\text{۲}}$$

$$= \text{۹۱۸٫۹}\,\left(\mathrm{g\ mol}^{-\text{۲}}\,.\,\mathrm{J}\right)^{\text{۱}/\text{۲}}$$

$$\eta = \text{۵٫۷۷} \times \text{۹۱۸٫۹}\,\frac{\left(\mathrm{J}^{\text{۱}/\text{۲}}\,\mathrm{g}^{\text{۱}/\text{۲}}\,.\,\mathrm{mol}^{-\text{۱}}\right)}{(\text{۱٫۲۸۹} \times \text{۱۰}^{-\text{۹}})^{\text{۲}}\ \mathrm{m}^{\text{۲}} \times \text{۶٫۰۲۲} \times \text{۱۰}^{\text{۲۳}}\ \mathrm{mol}^{-\text{۱}}}$$

$$E = \frac{۱}{۲} m c^{۲}$$

$$[j] = kg\,.\,\frac{m^{۲}}{s^{۲}}$$

$$\eta = ۰/۱۰۵۴ \; \frac{j^{۱/۲}\, g^{۱/۶}}{m^{۲}}$$

$$\eta = ۰/۱۰۵۴ \; \frac{\left(kg\,.\,\frac{m^{۲}}{s^{۲}}\right)^{۱/۲} .\, g^{۱/۶} \; (۱۰^{-۳}\, kg)^{۱/۶}}{m^{۲}}$$

$$\eta = ۰/۱۰۵۴ \; \frac{kg \times m/s \times ۱۰^{-۳/۶}}{m^{۲}}$$

$$\boxed{\eta = ۳,۲۳ \times ۱۰^{-۳}\; kg\, m^{-۱}\, s^{-۱}}$$

$$\boxed{\eta = ۳,۲۳\, cP}$$