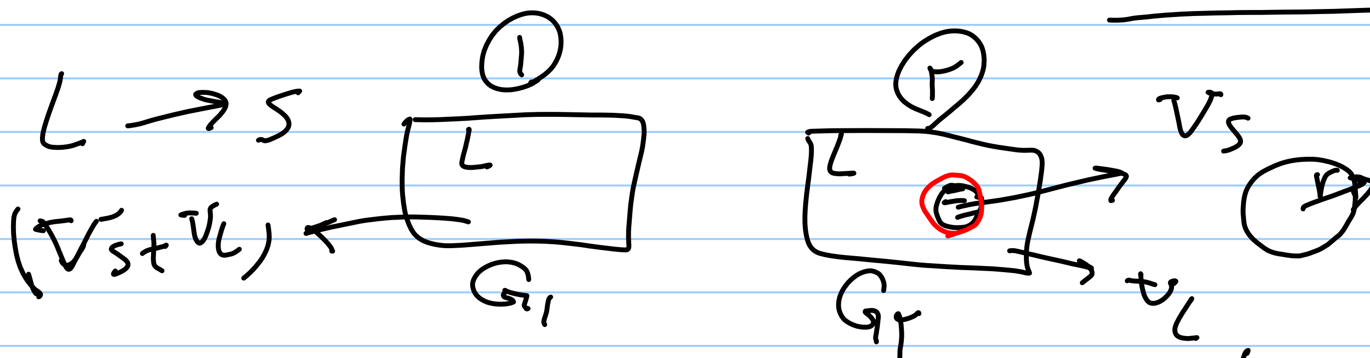
Note Title 4/7/2020

به نام خدا

متالورژی فیزیکی ۲ جلسه سوم مجازی



فرضیات حالت ۲ نسبت به ۱

۱- حجم جامد ۲ به وجود آمد.

۲- سطح بین جامد و مذاب به وجود آمد.

$$G_1 = \rho \text{ حجم} \times \text{انرژی آزاد حجمی مذاب} = (V_s + V_L)\, G_v^L$$

$$G_2 = V_L\, G_v^L + V_s\, G_v^S + A_{SL}\, \gamma_{SL}$$

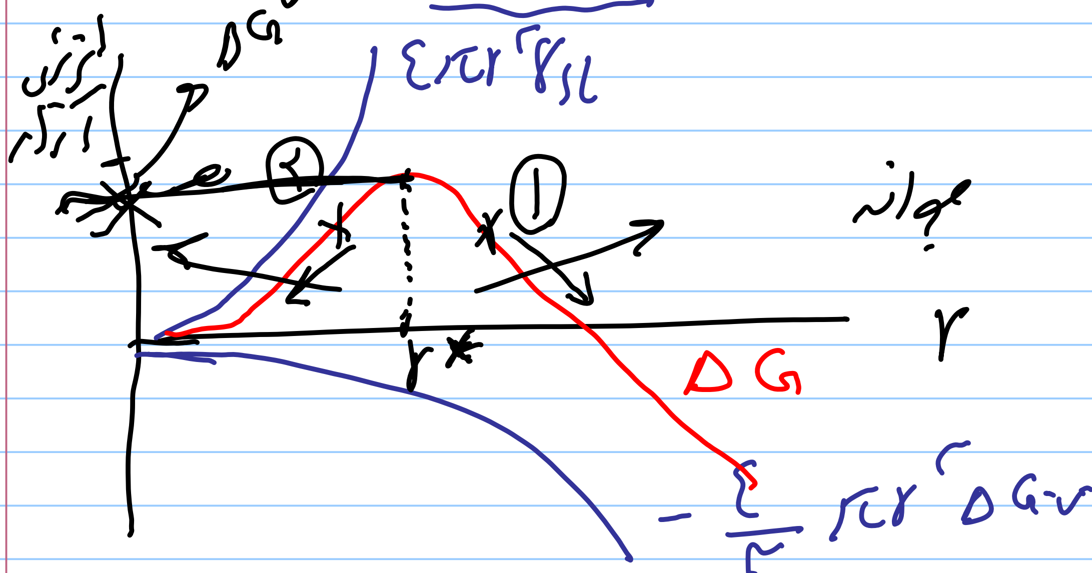
$$\Delta G = G_2 - G_1 = -V_s\,(G_v^L - G_v^S) + A_{SL}\, \gamma_{SL}$$

$$\Delta G = -\underbrace{V_s \,\Delta G_v}_{۱} + \underbrace{A_{sl}\gamma_{sl}}_{۲}$$

ایجاد حجم ΔG کاهش

ایجاد سطح ΔG افزایش

$$\Delta G = -\frac{4}{3}\pi r^3 \Delta G_v + 4\pi r^2 \gamma_{sl}$$



$r > r^* \longrightarrow$ جوانه پایدار

ورشد جوانه

$r < r^* \Longrightarrow$ هسته ناپایدار

هسته حل می‌شود.

$$\left.\frac{d\Delta G}{dr} = 0 \right|_{r=r^*}$$

$$\frac{d\Delta G}{dr} = -۴\pi r^{۲}\Delta G_v + ۸\pi r\,\gamma_{SL} = ۰$$

$$-۴\pi r^{*۲}\Delta G_v + ۸\pi r^{*}\gamma_{SL} = ۰$$

$$\boxed{r^{*} = \frac{۲\gamma_{SL}}{\Delta G_v}}$$ → شعاع بحرانی

جوانه پایدار

$$\Delta G^{*} = -\frac{۴}{۳}\pi\left(\frac{۲\gamma_{SL}}{\Delta G_v}\right)^{۳}\Delta G_v + ۴\pi\left(\frac{۲\gamma_{SL}}{\Delta G_v}\right)^{۲}\gamma_{SL}$$

$$\Delta G^{*} = -\frac{۴}{۳}\pi\,\frac{۸\gamma_{SL}^{۳}}{\Delta G_v^{۳}}\Delta G_v + ۴\pi\,\frac{۴\gamma_{SL}^{۲}}{\Delta G_v^{۲}}\gamma_{SL}$$

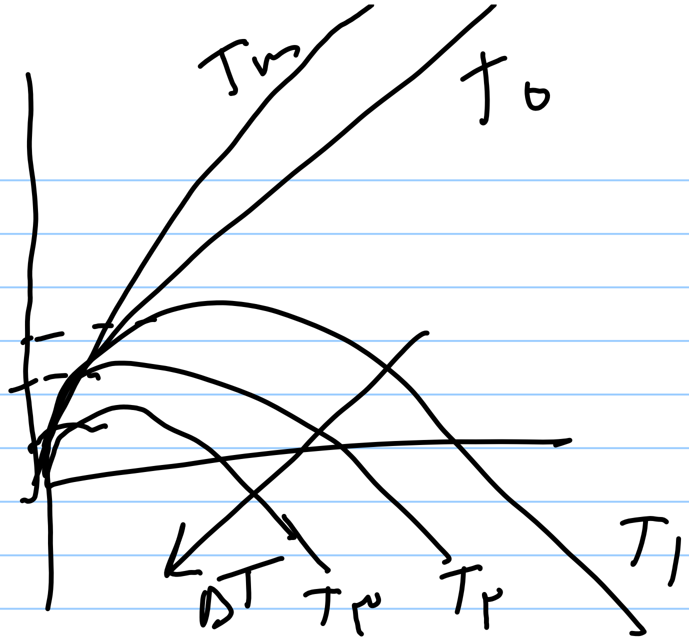
$$\Delta G^{*} = \frac{-32}{3}\pi \frac{\gamma_{SL}^{3}}{\Delta G_v^{2}} + \frac{16\times 3}{3}\pi \frac{\gamma_{SL}^{3}}{\Delta G_v^{2}}$$

$$\boxed{\Delta G^{*} = \frac{16\pi \gamma_{SL}^{3}}{3\Delta G_v^{2}}} \longrightarrow$$ سد انرژی جوانه‌زنی برای

$$\Delta G_v = \Delta H_v \left(\frac{\Delta T}{T_m}\right) = L_v \left(\frac{\Delta T}{T_m}\right)$$

$$r^{*} = \left(\frac{2\gamma_{SL} T_m}{L_v}\right)\left(\frac{1}{\Delta T}\right)$$

$$\Delta G^{*} = \frac{16\pi \gamma_{SL}^{3} T_m^{2}}{3 L_v^{2}}\left(\frac{1}{\Delta T}\right)^{2}$$

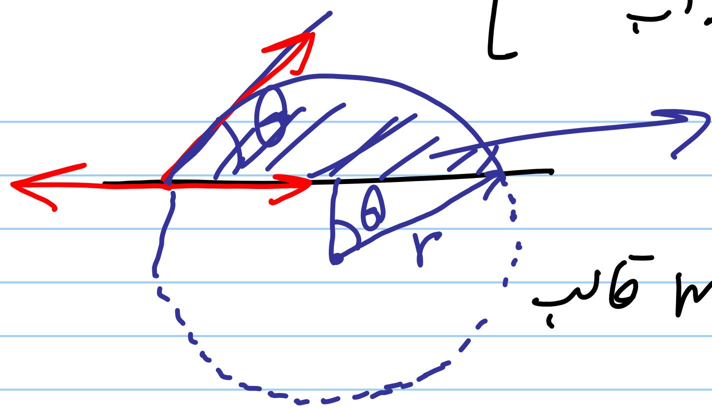


$$T_m \geq T_0 > T_1 > T_c > T_3$$

$$T = T_m \Rightarrow r^* \to \infty$$
$$\Delta G^* \to \infty$$

جوانه‌زنی ناهمگن: جوانه‌ها در یک سری مکان‌های مرجح یا ترجیحی ایجاد می‌شوند.

ذرات خارجی در مذاب - آخال‌های حل نشده - دیواره قالب

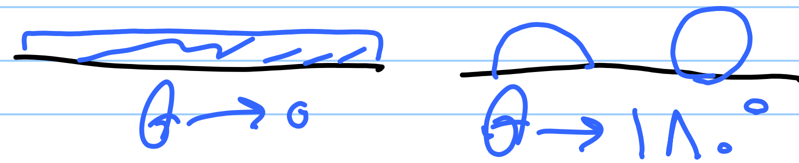


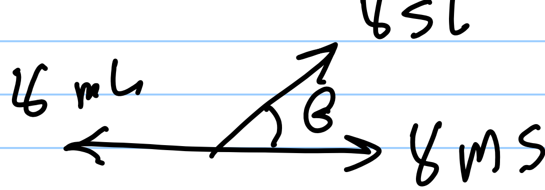
L مذاب

S جامد

زاویه ترشوندگی

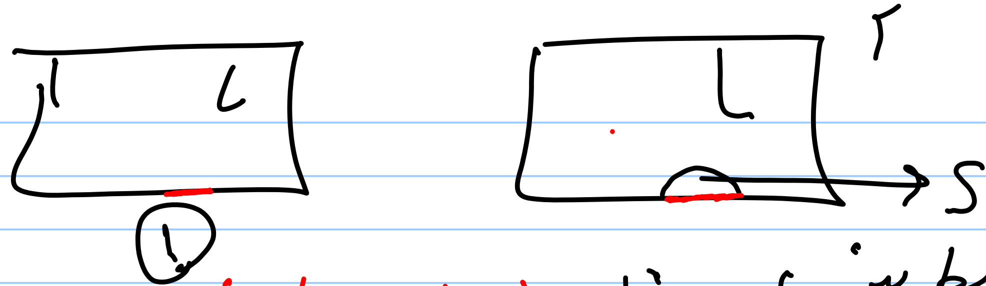
m قالب





$$\gamma_{mL} = \gamma_{mS} + \gamma_{SL}\cos\theta \Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{\gamma_{mL} - \gamma_{Sm}}{\gamma_{SL}}}$$

L — S



تغییرات حالت ۲ نسبت به حالت ۱

۱- ایجاد حجم جامد   ۲- ایجاد سطح بین جامد و مذاب   ۳- ایجاد سطح بین جامد و قالب

۴- حذف سطح بین مذاب و قالب

$$\Delta G_{het} = -V_s \Delta G_v + A_{sl}\gamma_{sl} + A_{sm}\gamma_{sm} - A_{sm}\gamma_{ml}$$

$$V_s = \frac{\pi r^3 (2+\cos\theta)(1-\cos\theta)^2}{3}$$

$$A_{sl} = 2\pi r^2 (1-\cos\theta) \qquad A_{sm} = \pi r^2 \sin^2\theta$$

$$\Delta G_{Het} = \underbrace{\left(-\frac{4}{3}\pi r^3 \Delta G_v + 4\pi r^2 \gamma_{SL}\right)}_{\Delta G_{Hom}} \underbrace{\left(\frac{(2+\cos\theta)(1-\cos\theta)^2}{4}\right)}_{S(\theta)}$$

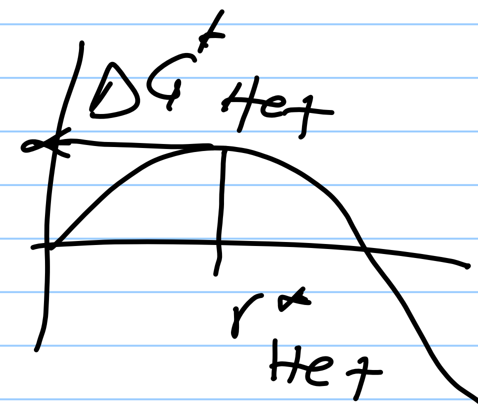
$$\Delta G_{Het} = \Delta G_{Hom} \times S(\theta)$$

$$S(\theta) = \frac{(2+\cos\theta)(1-\cos\theta)^2}{4}$$

$$0 \le \theta \le \pi \implies S(\theta) \le 1$$

$$\Delta G_{Het} < \Delta G_{Hom}$$

$$\left.\frac{d\,\Delta G_{Het}}{dr} = 0 \right|_{r=r^*}$$

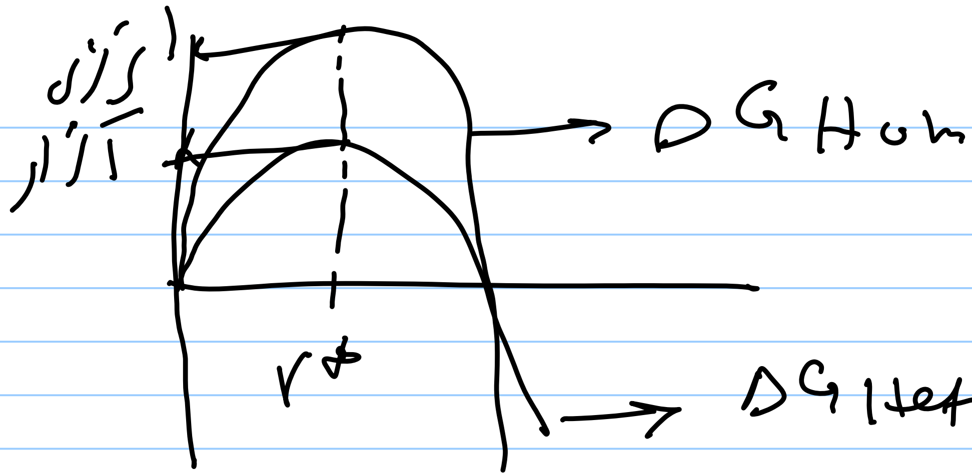


$$\frac{d\Delta G_{Het}}{dr} = \left(-4\pi r^{*2}_{Het}\,\Delta G_v + 8\pi r^{*}_{Het}\,\gamma_{SL}\right)\cdot S(\theta) = 0$$

$$\boxed{r^{*}_{Het} = \frac{-2\gamma_{SL}}{\Delta G_v}} \Rightarrow r^{*}_{Het} = r^{*}_{Hom}$$

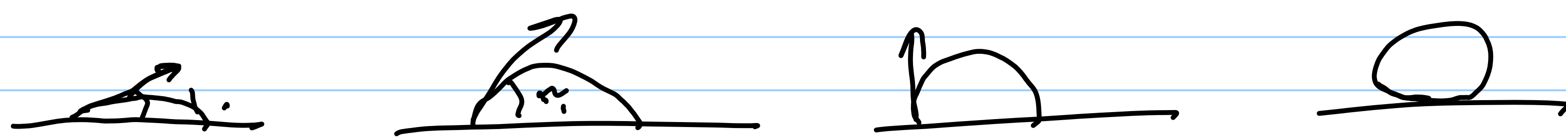
$$\Delta G^{*}_{Het} = \underbrace{\frac{16\pi\gamma_{SL}^{3}}{3\Delta G_v^{2}}}_{\Delta G^{*}_{Hom}}\cdot S(\theta) \Rightarrow \Delta G^{*}_{Het} = \Delta G^{*}_{Hom}\cdot S(\theta)$$

$$\Delta G^{*}_{Het} < \Delta G^{*}_{Hom}$$



مثال: در حالتهای زیر سد انرژی جوانه‌زنی ناهمگن به سد انرژی جوانه‌زنی همگن چه مقدار است

$\theta = 180^\circ$ $\theta = 90^\circ$ $\theta = 30^\circ$ $\theta = 10^\circ$



$$\Delta G^{\circ}_{Het} = \Delta G^{\circ}_{Hom} \cdot S(\theta) \Rightarrow \frac{\Delta G^{\circ}_{Het}}{\Delta G^{\circ}_{Hom}} = S(\theta)$$

$$\theta = ۱۰^{\circ} \Rightarrow S(\theta) = ۱۰^{-۴} \qquad \frac{\Delta G^{\circ}_{Het}}{\Delta G^{\circ}_{Hom}} = ۱۰^{-۴}$$

$$\theta = ۴۰^{\circ} \Rightarrow S(\theta) = ۰/۰۴ \qquad \frac{\Delta G^{\circ}_{Het}}{\Delta G^{\circ}_{Hom}} = ۰/۰۴$$

$$\theta = ۹۰^{\circ} \rightarrow S(\theta) = ۰/۵ \qquad \frac{\Delta G^{\circ}_{Het}}{\Delta G^{\circ}_{Hom}} = ۰/۵$$

$$\theta = ۱۸۰ \qquad S(\theta) = ۱ \qquad \frac{\Delta G^{\circ}_{Het}}{\Delta G^{\circ}_{Hom}} = ۱$$

$\theta \downarrow \quad \nearrow \cos\theta = \dfrac{\gamma_{LM} - \gamma_{SM}}{\gamma_{SL}} \quad \gamma_{SM} \downarrow$

جوانه‌زا

1) هسته جوانه‌زا و جامد ساختار کریستالی یکسان

2) پارامتر شبکه جوانه‌زا و جامد به یکدیگر نزدیک باشد